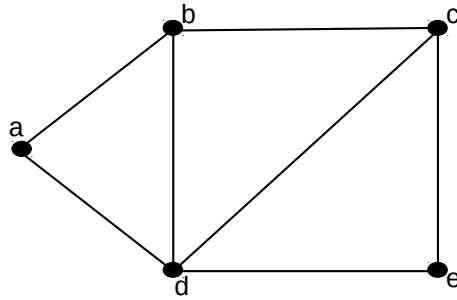


Matematyka dyskretna - Lista 2

**Zad.1.** Podać zbiór wierzchołków i krawędzi grafu z rys. 1.



Rysunek 1:

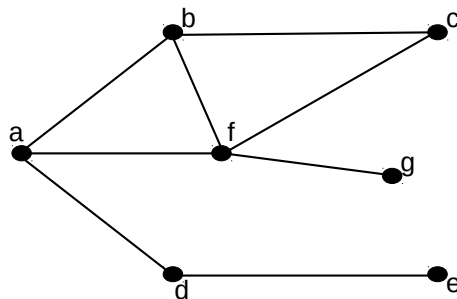
**Zad.2.** Narysuj graf, który ma pięć wierzchołków i osiem krawędzi i jest to:

- a) graf prosty,
- b) graf, który nie jest prosty, ale nie ma pętli,
- c) graf, który nie jest prosty, ale nie ma krawędzi wielokrotnych.

**Zad.3.**

- a) Wyznacz ciąg stopni wierzchołków grafu z rys. 1.
- b) Narysuj graf mający sześć wierzchołków i ciąg stopni (3,3,5,5,5,5). Czy istnieje graf prosty mający takie stopnie?

**Zad.4.** Wyznacz macierze sąsiedztwa i incydencji grafu z rys. 2. Ile jest dróg o długości 2 w tym grafie.



Rysunek 2:

**Zad.5.** Narysuj graf o poniższej macierz sąsiedztwa:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

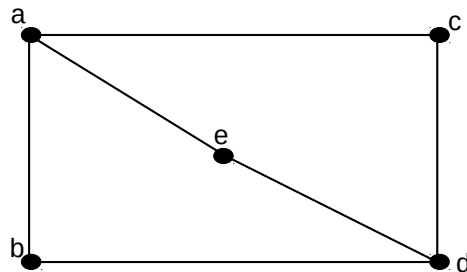
**Zad.6.** Narysuj graf o poniższej macierzy incydencji:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**Zad.7.** Narysuj następujące grafy:

- a) graf pusty  $N_5$ ,
- b) graf pełny  $K_6$ ,
- c) graf pełny dwudzielny  $K_{2,4}$ ,
- d) dopełnienie grafu cyklicznego  $C_4$ .

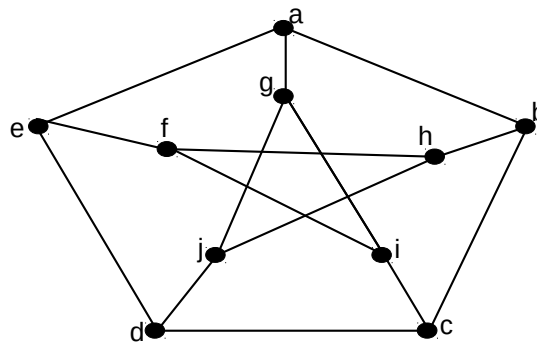
**Zad.8.** Jakiego typu jest graf przedstawiony na rys. 3. (regularny, kubiczny, pełny, dwudzielny). Odpowiedź uzasadnij.



Rysunek 3:

**Zad.9.** Znaleźć w grafie Petersena (rys. 4.)

- a) ścieżkę długości 5,
- b) drogę długości 9,
- c) cykle długości 5, 6, 8 i 9,
- d) rozcięcia składające się z 3, 4, i 5 krawędzi.



Rysunek 4:

**Zad.10.** Znaleźć liczby  $\kappa(G)$  (spójność wierzchołkowa) i  $\lambda(G)$  (spójność krawędziowa) dla grafów  $G$ :

- a)  $C_6$ ,

- b)  $K_{4,7}$ ,
- c)  $Q_4$ .

**Zad.11.** Dla jakich  $n$  graf kostki  $Q_n$  jest:

- a) eulerowski?
- b) hamiltonowski?
- c) dwudzielny?

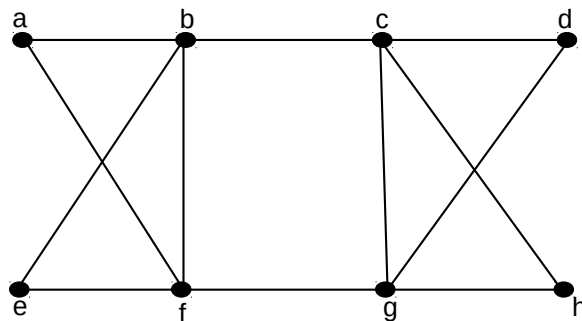
**Zad.12.** Które z następujących grafów są eulerowskie? Które są półeulerowskie?

- a) Graf pełny  $K_5$ ,
- b) Graf pełny dwudzielny  $K_{2,3}$ ,
- c) Graf sześcianu,
- d) Graf ośmiościanu,
- e) Graf Petersena.

**Zad.13.** Które z następujących grafów są hamiltonowskie? Które są półhamiltonowskie?

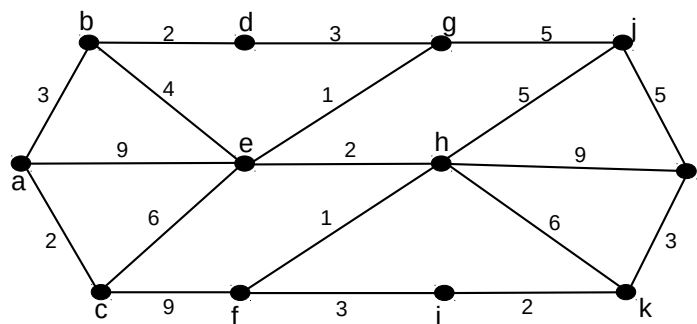
- a) Graf pełny  $K_5$ ,
- b) Graf pełny dwudzielny  $K_{2,3}$ ,
- c) Graf ośmiościanu,
- e) Kostka  $Q_4$ .

**Zad.14.** Znajdź cykl Eulera (algorytmem Fleury'ego) dla grafu z rys. 5.

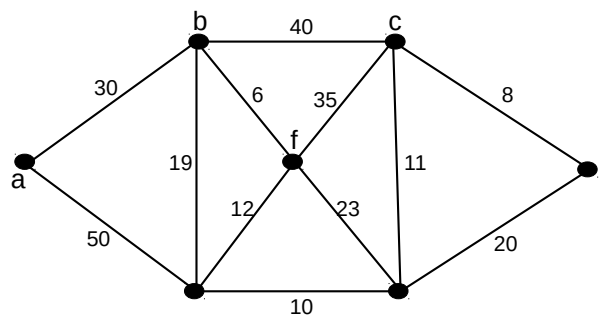


Rysunek 5:

**Zad.15.** Znajdź najkrótszą i najdłuższą drogę z wierzchołka  $a$  do  $l$  dla grafów z rys. 6 i 7.

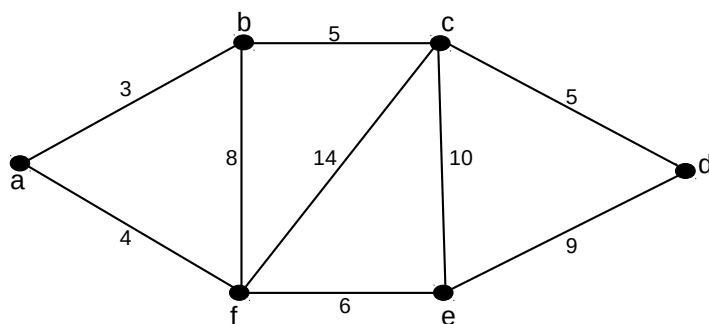


Rysunek 6:

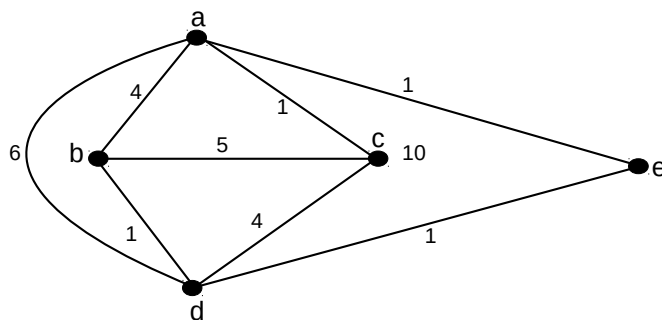


Rysunek 7:

**Zad.16.** Rozwiązać zadanie chińskiego listonosza (najkrótsza trasa zamknięta w której każda krawędź występuje przynajmniej jeden raz) dla grafów z rys. 8 i 9.

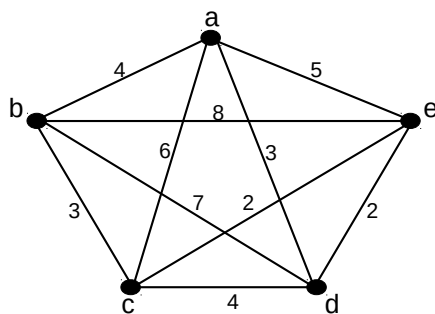


Rysunek 8:



Rysunek 9:

**Zad.17.** Znajdź rozwiązanie problemu komiwojażera dla grafu z wagami pokazanego na rys. 10.



Rysunek 10: